

หน่วยที่ 1

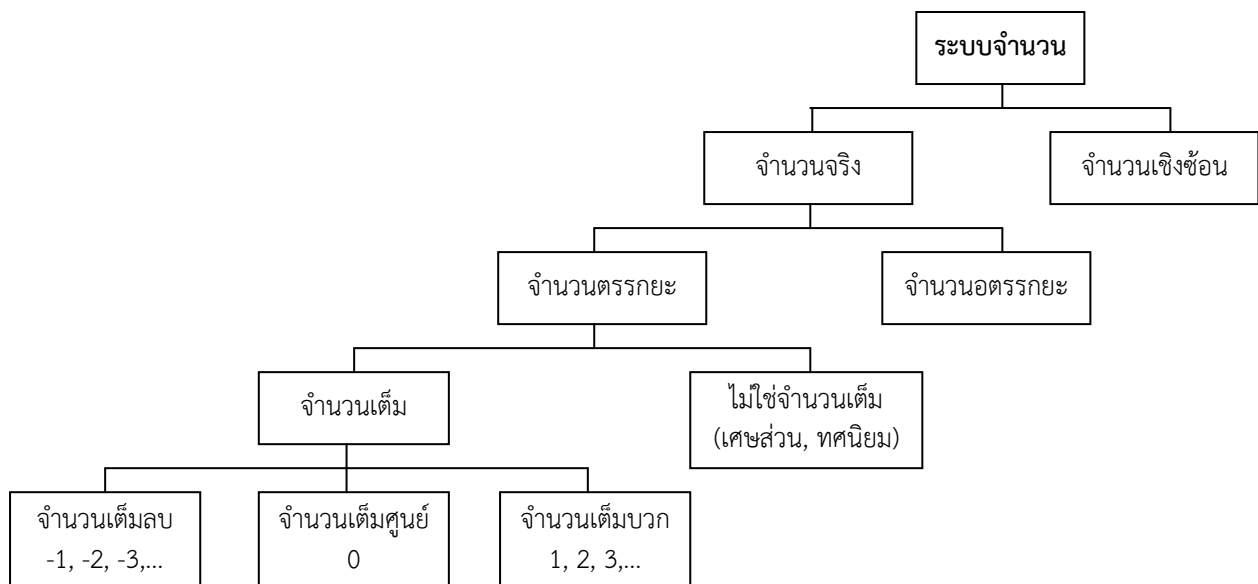
ระบบจำนวนจริง

ผลลัพธ์การเรียนรู้

1. สามารถบอกประเภทของจำนวนเต็มได้
2. สามารถหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของจำนวนเต็มได้
3. สามารถหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของเศษส่วนได้
4. สามารถหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของทศนิยมได้

สาระ

1.1 ระบบจำนวน



จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ เช่น 4 , 3.2 , -1 , $\frac{3}{7}$, $0.3151515\dots$, $6.4\bar{5}$ เป็นต้น

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ เช่น $0.31516561458\dots$, $\sqrt{5}$, π เป็นต้น

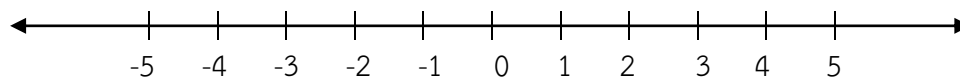
จำนวนเต็ม ประกอบด้วย จำนวนเต็มลบ ศูนย์ และจำนวนเต็มบวก

จำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4,...

จำนวนเต็มลบ ได้แก่ -1, -2, -3, -4,...

ศูนย์ ได้แก่ 0

สามารถเขียนจำนวนเต็มแทนบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



บนเส้นจำนวนนี้ จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาของ 0 เป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นจำนวนเต็มลบ และจำนวนที่อยู่ทางขวาจะมากกว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้ายเสมอ ดังนั้น 4 มากกว่า 2 , 0 มากกว่า -1 , -2 มากกว่า -5

ค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใด ๆ หมายถึง ระยะห่างจากจำนวนนั้นถึง 0 และจะมีค่าเป็นบวกเสมอ สัญลักษณ์แทนค่าสัมบูรณ์ คือ $| \quad |$

ตัวอย่าง $|5| = 5$

$$|-5| = 5$$

$$|8| = 8$$

จำนวนที่อยู่คนละข้างของ 0 บนเส้นจำนวน และมีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน เรียกว่า **จำนวนตรงข้าม**

ถ้า a เป็นจำนวนเต็มใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ a เขียนแทนด้วย $-a$

ตัวอย่าง -2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 2

2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -2

1.2 การบวกและการลบจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็ม

1. การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $4 + 3 = 7$

2. การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $(-4) + (-3) = -7$ (ค่าสัมบูรณ์ของ -4 คือ 4 ,ค่าสัมบูรณ์ของ -3 คือ 3 นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันได้ $4 + 3 = 7$ แต่ตอบเป็นจำนวนเต็มลบ จึงได้ -7)

3. การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ ให้นำจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นตัวตั้ง แล้วลบด้วยจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่า ผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า เช่น

- 1) $7 + (-2) = 5$ (7 เป็นตัวตั้ง ลบด้วย 2 เท่ากับ 5 ตอบเป็นจำนวนเต็มบวกตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า)
- 2) $2 + (-7) = -5$ (7 เป็นตัวตั้ง ลบด้วย 2 เท่ากับ 5 แต่ตอบเป็นจำนวนเต็มลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า)

การลบจำนวนเต็ม ใช้หลักการบวกตามวิธีการดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

- ตัวอย่าง
- 1) $9 - 5 = 9 + (-5)$
 $= 4$
 - 2) $9 - (-5) = 9 + 5$
 $= 14$
 - 3) $-9 - 5 = -9 + (-5)$
 $= -14$
 - 4) $-9 - (-5) = -9 + 5$
 $= -4$

1.3 การคูณและการหารจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็ม มีหลักการพิจารณา ดังนี้

การคูณ	ผลลัพธ์
1. จำนวนเต็มบวก \times จำนวนเต็มบวก	จำนวนเต็มบวก
2. จำนวนเต็มลบ \times จำนวนเต็มลบ	จำนวนเต็มบวก
3. จำนวนเต็มบวก \times จำนวนเต็มลบ	จำนวนเต็มลบ
4. จำนวนเต็มลบ \times จำนวนเต็มบวก	จำนวนเต็มลบ

ตัวอย่าง	1)	10×4	=	40
	2)	$(-10) \times (-4)$	=	40
	3)	$10 \times (-4)$	=	-40
	4)	$(-10) \times 4$	=	-40

การหารจำนวนเต็ม การหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มอาจเป็นการหารลงตัวหรือเป็นการหารไม่ลงตัวก็ได้ การหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม เราอาศัยการคูณตามข้อตกลงดังนี้

$\frac{\text{ตัวตั้ง}}{\text{ตัวหาร}} = \text{ผลหาร}$
<p>จะได้</p> $\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} = \text{ตัวตั้ง}$

ตัวอย่าง จงหาผลหาร

$$1) \frac{20}{4}$$

วิธีทำ $4 \times 5 = 20$

ดังนั้น $\frac{20}{4} = 5$



$$2) \frac{42}{6}$$

วิธีทำ $6 \times 7 = 42$

ดังนั้น $\frac{42}{6} = 7$



หลักการพิจารณาผลหาร

การหาร	ผลลัพธ์
1. จำนวนเต็มบวก \div จำนวนเต็มบวก	จำนวนบวก
2. จำนวนเต็มลบ \div จำนวนเต็มลบ	จำนวนบวก
3. จำนวนเต็มบวก \div จำนวนเต็มลบ	จำนวนลบ
4. จำนวนเต็มลบ \div จำนวนเต็มบวก	จำนวนลบ

ตัวอย่าง

$$1) \frac{10}{2} = 5$$

$$2) (-10) \div (-2) = 5$$

$$3) (-10) \div 2 = -5$$

$$4) \frac{10}{-2} = -5$$

1.4 การบวกและการลบเศษส่วน

เศษส่วน หมายถึง จำนวนที่เขียนแทนด้วย $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มและ $b \neq 0$

เรียก a ว่า “ตัวเศษ” และเรียก b ว่า “ตัวส่วน” เช่น $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$, $-\frac{9}{14}$ เป็นต้น

เศษส่วน แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. เศษส่วนแท้ หมายถึง เศษส่วนที่มี ตัวเศษ น้อยกว่า ตัวส่วน เช่น $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{7}$ เป็นต้น
2. เศษส่วนเกิน หมายถึง เศษส่วนที่มี ตัวเศษ มากกว่า ตัวส่วน เช่น $\frac{8}{3}$, $\frac{13}{4}$ เป็นต้น
3. เศษส่วนจำนวนคละ หมายถึง การเขียนเศษส่วนเกินให้อยู่ในรูปของการบวกกันของจำนวนเต็ม และเศษส่วนแท้ เช่น $2\frac{2}{3}$, $3\frac{1}{4}$ เป็นต้น

เศษส่วนที่เท่ากัน วิธีการหาเศษส่วนที่เท่ากันทำได้ 2 วิธี

1. การคูณด้วยจำนวนเดียวกันทั้งเศษและส่วน

ตัวอย่าง จงหาเศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{1}{4}$

วิธีทำ

$$\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1 \times 4}{4 \times 4} = \frac{4}{16}$$

ดังนั้น เศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{1}{4}$ ได้แก่ $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{16}$

2. การหารด้วยจำนวนเดียวกันทั้งเศษและส่วน

ตัวอย่าง จงหาเศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{90}{50}$

$$\begin{array}{rcl} \text{วิธีทำ} & \frac{90 \div 10}{50 \div 10} & = \frac{9}{5} \\ & \frac{90 \div 5}{50 \div 5} & = \frac{18}{10} \\ & \frac{90 \div 2}{50 \div 2} & = \frac{45}{25} \end{array}$$

ดังนั้น เศษส่วนที่เท่ากับ $\frac{90}{50}$ ได้แก่ $\frac{9}{5}$, $\frac{18}{10}$, $\frac{45}{25}$

การเปรียบเทียบเศษส่วน สามารถพิจารณาได้ด้วยวิธีดังนี้

1. ถ้าตัวส่วนเท่ากันให้นำเศษมาเปรียบเทียบกันได้เลย

$$\begin{array}{l} \text{เช่น} \\ \frac{3}{4} > \frac{1}{4} \\ \frac{2}{7} < \frac{6}{7} \end{array}$$

2. ถ้าตัวส่วนไม่เท่ากันต้องทำส่วนให้เท่ากันก่อนจึงจะนำตัวเศษมาเปรียบเทียบกันได้

$$\begin{array}{l} \text{เช่น} \\ \frac{2}{4} > \frac{3}{8} \\ \text{เนื่องจาก } \frac{2}{4} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8} \\ \text{และ } 4 > 3 \\ \text{ดังนั้น } \frac{2}{4} > \frac{3}{8} \end{array}$$

3. ตรวจสอบได้ด้วยวิธีการคูณไขว้

$$\begin{array}{l} \text{ตัวอย่าง จงเปรียบเทียบเศษส่วน } \frac{2}{7} \text{ และ } \frac{4}{11} \\ \text{วิธีทำ } \frac{2}{7} \times \frac{4}{11} \text{ จะได้ } 2 \times 11 < 4 \times 7 \\ \phantom{\text{วิธีทำ}} \phantom{\frac{2}{7}} \phantom{\times \frac{4}{11}} \phantom{\text{จะได้}} < \\ \phantom{\text{วิธีทำ}} \phantom{\frac{2}{7}} \phantom{\times \frac{4}{11}} \phantom{\text{จะได้}} < \\ \phantom{\text{วิธีทำ}} \phantom{\frac{2}{7}} \phantom{\times \frac{4}{11}} \phantom{\text{จะได้}} < \\ \text{ดังนั้น} & \frac{2}{7} < \frac{4}{11} \end{array}$$

การบวกและการลบเศษส่วน มีหลักการดังนี้

1. พิจารณาตัวส่วนว่าเท่ากันหรือไม่
2. ถ้าตัวส่วนเท่ากันให้นำตัวเศษมาบวกหรือลบกันได้เลย
3. ถ้าตัวส่วนไม่เท่ากันให้ทำตัวส่วนให้เท่ากัน แล้วจึงนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน

ตัวอย่าง

$$1) \text{ จงหาผลลัพธ์ของ } \frac{2}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{2}{4} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 3}{4 \times 3} + \frac{1 \times 2}{6 \times 2} \\ &= \frac{6}{12} + \frac{2}{12} \\ &= \frac{6 + 2}{12} \\ &= \frac{8}{12} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$2) \text{ จงหาผลลัพธ์ของ } \frac{3}{4} - \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{5} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} \\ &= \frac{15}{20} - \frac{8}{20} \\ &= \frac{15 - 8}{20} \\ &= \frac{7}{20} \end{aligned}$$

1.5 การคูณและการหารเศษส่วน

การคูณเศษส่วน

การคูณเศษส่วน ให้นำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และนำตัวส่วนคูณกับตัวส่วน

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{8}{5} \times \frac{1}{6} &= \frac{8 \times 1}{5 \times 6} \\
 &= \frac{8}{30} \\
 &= \frac{4}{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{3}{6}\right) \left(\frac{5}{7}\right) &= \frac{2 \times 3 \times 5}{3 \times 6 \times 7} \\
 &= \frac{30}{126} \\
 &= \frac{5}{21}
 \end{aligned}$$

การหารเศษส่วน

การหารเศษส่วนสองจำนวนใด ๆ ทำได้โดยคูณเศษส่วนที่เป็นตัวตั้งด้วย ส่วนกลับของเศษส่วนที่เป็น

ตัวหาร

ให้ a, b, c และ d แทนจำนวนใด ๆ โดยที่ $b \neq 0$ และ $d \neq 0$ จะได้

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{5} \div \frac{4}{6} &= \frac{2}{5} \times \frac{6}{4} \\
 &= \frac{12}{20} \\
 &= \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

1.6 การบวกและการลบทศนิยม

ทศนิยม หมายถึง การเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม โดยใช้สัญลักษณ์ “ . ” แยกจำนวนเต็มกับทศนิยม

ตัวอย่าง 512.8649

512	คือ จำนวนเต็ม	มีค่าเท่ากับ	512	(ห้าร้อยสิบสอง)
8	คือ ทศนิยมตำแหน่งที่ 1	มีค่าเท่ากับ	0.8	หรือ $\frac{8}{10}$
6	คือ ทศนิยมตำแหน่งที่ 2	มีค่าเท่ากับ	0.06	หรือ $\frac{6}{100}$
4	คือ ทศนิยมตำแหน่งที่ 3	มีค่าเท่ากับ	0.004	หรือ $\frac{4}{1000}$
9	คือ ทศนิยมตำแหน่งที่ 4	มีค่าเท่ากับ	0.0009	หรือ $\frac{9}{10000}$

การเปรียบเทียบทศนิยม

1. ให้พิจารณาเปรียบเทียบจำนวนเต็มก่อน
2. พิจารณาตัวเลขโดดในตำแหน่งเดียวกัน โดยเริ่มจากตำแหน่งที่ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ

ตัวอย่าง 1) $2.841 < 7.1396$

2) $6.512 > 6.247$

การบวกและการลบทศนิยม มีหลักการดังนี้

1. วางจุดทศนิยมของจำนวนที่ต้องการบวกหรือลบให้ตรงกัน
2. บวกหรือลบเลขโดดในแต่ละตำแหน่งโดยใช้หลักการเช่นเดียวกับการบวกหรือการลบจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง 1) จงหาผลบวกของ $32.841 + 5.376$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 32.841 \\ \quad \quad \underline{5.376}^+ \\ \hline \underline{\underline{38.217}} \end{array}$$

2) จงหาผลลบของ $45.24 - 13.725$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 45.240 \\ \quad \quad \underline{13.725}^- \\ \hline \underline{\underline{31.515}} \end{array}$$

การเติม 0 ต่อท้ายทศนิยม
จะไม่ทำให้ค่านั้นเปลี่ยนแปลง
เช่น $3.5 = 3.50 = 3.500$



1.7 การคูณและการหารทศนิยม

การคูณทศนิยม มีหลักการดังนี้

1. นำจำนวนสองจำนวนมาคูณกันเช่นเดียวกับการคูณจำนวนเต็ม โดยไม่ต้องคำนึงถึงจุดทศนิยม
2. จำนวนตำแหน่งทศนิยมของผลคูณ จะเท่ากับผลบวกของจำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวตั้งกับตัวคูณ เช่น ตัวตั้งเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง ตัวคูณเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง ดังนั้น ผลคูณที่ได้จะเป็นจำนวนที่มีทศนิยม 5 ตำแหน่ง
3. การวางตำแหน่งจุดทศนิยมให้เริ่มนับจากขวามือไปซ้ายมือ

ตัวอย่าง 1) จงหาผลคูณของ 2.15×5.2

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 215 \\ \quad \quad \quad \times \\ \hline \quad \quad \quad 52 \\ \quad \quad 430 \\ \quad 1075 \\ \hline \underline{\underline{11180}} \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 2.15 \times 5.2 = 11.180 = 11.18$$

2) จงหาผลคูณของ 2.15×20

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 215 \\ \quad \quad \quad \times \\ \hline \quad \quad \quad 20 \\ \quad \quad 000 \\ \quad 430 \\ \hline \underline{\underline{4300}} \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 2.15 \times 20 = 43.00 = 43$$

การหารทศนิยม มีหลักการดังนี้

1. **การหารทศนิยมด้วยจำนวนเต็ม** ถ้าตัวหารเป็นจำนวนเต็ม ให้ใช้วิธีการเช่นเดียวกับการหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม โดยให้ใส่จุดทศนิยมของผลหารให้ตรงกับตัวตั้ง
2. **การหารทศนิยมด้วยทศนิยม** ถ้าตัวหารเป็นทศนิยม ให้ทำตัวหารเป็นจำนวนเต็มก่อน โดยนำ 10, 100, 1000, ... (ขึ้นอยู่กับจำนวนตำแหน่งทศนิยม) มาคูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร จากนั้นจึงใช้วิธีการเช่นเดียวกับการหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม

แบบฝึกหัด

หน่วยที่ 1

1. จงยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะมา 5 จำนวน
2. จงยกตัวอย่างจำนวนอตรรกยะมา 5 จำนวน
3. จงหาจำนวนตรงข้ามของจำนวนต่อไปนี้

1) 7	2) -2.4
3) -10	4) 5.6
5) $\frac{3}{7}$	6) $-\frac{2}{5}$
4. จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนต่อไปนี้

1) 14	2) $\frac{4}{3}$
3) -10	4) 7.5
5) $-(-5.6)$	6) $-(-(-8))$
5. จงหาผลลัพธ์

1) $-6 + (-7)$	2) $(-6) + 7$
3) $6 + (-19)$	4) $12 + (-20)$
5) $(-12) + (-8)$	6) $-15 + (-13)$
7) $-5 + 7$	8) $-15 + 6$
9) $45 - 18$	10) $120 - 65$
11) $3 - 8$	12) $7 - (-8)$
13) $-6 - 7$	14) $-12 - (-7)$
15) $6 - (-19)$	16) $16 - (-10)$
17) $(-8) - (-17)$	18) $-15 - 6$
19) $-5 - 7$	20) $10 - (-7 - (-5))$
21) $-10 - (-8)$	22) $-(-6 + (-4) - 5) + (-15 - 4)$
6. จงหาผลลัพธ์

1) $(-6)(-7)$	2) $12 \times (-8)$
3) $(7)(-6)$	4) $(-5)(9)$
5) $(-12)(-8)(-5)$	6) $(-10)(4)(-5)$
7) $(6)(-2)(-5)(3)$	8) $24 \div 6$
9) $(-90) \div (-6)$	10) $(-92) \div 4$

11) $70 \div (-5)$

12) $352 \div 8$

13) $-(-56) \div (-7)$

14) $63 \div (-(-9))$

15) $\frac{(28)(11)}{(7)}$

16) $\frac{(-18)(-9)(15)}{(6)(-5)(-3)}$

17) $\frac{(-35)(245)(72)(0)}{(12)(-15)(-3)}$

18) $\frac{(-21)(48)(5)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)}{(-49)(-18)(-9)}$

7. จงหาผลลัพธ์

1) $(-6 + 8)(-7)$

2) $2(-4) + 8$

3) $(-7-5) + (-6)$

4) $(-5)(9) - 9$

5) $3(-12 + 12) + (-7-5)$

6) $(-10 + 5) - 4(-5)$

7) $2(6 - 8) - 3(-2+5)$

8) $((-10 + 5) - 4)(-5)$

9) $\frac{-5+(-2)+3(-2)}{(-3)}$

10) $\frac{4(-7-3)+(-5)(-4+8)}{2(12-7)}$

8. จงหาเศษส่วนที่เท่ากับเศษส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มา 5 จำนวน

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{2}{3}$

3) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{2}{5}$

9. จงใส่เครื่องหมาย = หรือ < หรือ > ในช่อง ให้ถูกต้อง

1) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{10}$

2) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{5}$

3) $\frac{2}{5} \square \frac{5}{7}$

4) $\frac{4}{7} \square \frac{48}{84}$

5) $\frac{2}{3} \square \frac{7}{9}$

6) $\frac{6}{8} \square \frac{8}{12}$

7) $\frac{3}{7} \square \frac{4}{9}$

8) $\frac{18}{36} \square \frac{1}{2}$

9) $\frac{5}{6} \square \frac{4}{5}$

10) $\frac{5}{15} \square \frac{3}{9}$

10. จงหาผลลัพธ์

1) $\frac{2}{10} + \frac{6}{10}$

2) $\frac{4}{5} + \frac{6}{10}$

3) $\frac{2}{5} + \frac{5}{7}$

4) $\frac{4}{7} + \frac{48}{84}$

5) $\frac{2}{3} - \frac{7}{9}$

6) $\frac{6}{8} - \frac{8}{12}$

7) $\frac{3}{7} - \frac{4}{9}$

8) $\frac{18}{36} - \frac{1}{2}$

9) $2\frac{3}{6} - \frac{4}{6}$

11) $4 - \frac{4}{3}$

11. จงหาผลลัพธ์

1) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$

3) $\frac{5}{6} \times \frac{15}{18}$

5) $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4}$

7) $\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}$

9) $\frac{2}{3} \times 7$

11) $1\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{2}$

10) $3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$

12) $\frac{4}{5} - 3$

2) $\frac{1}{6} \times \frac{3}{5}$

4) $\frac{13}{5} \times \frac{3}{7}$

6) $\frac{5}{6} \times \frac{12}{7}$

8) $2 \times \frac{1}{6}$

10) $\frac{3}{7} \times \frac{4}{9} \times \frac{6}{2}$

12) $\left(-\frac{4}{10}\right)\left(-\frac{15}{20}\right)\left(-\frac{8}{12}\right)$

12. จงหาผลลัพธ์

1) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$

3) $\frac{5}{6} \div \frac{15}{18}$

5) $\frac{8}{9} \div \frac{3}{4}$

7) $\frac{4}{3} \div \frac{1}{2}$

9) $\frac{2}{3} \div 7$

11) $1\frac{1}{3} \div 3\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{6} \div \frac{3}{5}$

4) $\frac{13}{5} \div \frac{3}{7}$

6) $\frac{5}{6} \div \frac{12}{7}$

8) $2 \div \frac{1}{6}$

10) $\frac{3}{7} \div \frac{4}{9} \div \frac{6}{2}$

12) $\frac{\left(-\frac{4}{10}\right)\left(-\frac{15}{20}\right)}{\left(-\frac{8}{12}\right)}$

13. จงใส่เครื่องหมาย < หรือ > ในช่อง ให้ถูกต้อง

1) 5.465 3.789

2) 2.594 4

3) 3.563 3.5432

4) 0.21 0

5) 1.56 -2.438

6) -4.57 -2.789

14. จงหาผลลัพธ์

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) $3.471 + 5.312$ | 2) $2.581 + 5.34$ |
| 3) $5.7125 + 2.5645$ | 4) $0.357 + 2.743$ |
| 5) $3 + 4.65$ | 6) $5.0124 + 10.11155$ |
| 7) $6.358 + 3.6420$ | 8) $15.71 + 2.5453$ |
| 9) $5.7005 + 25.64502$ | 10) $6.52 + 152$ |

15. จงหาผลลัพธ์

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) $5.47 - 3.31$ | 2) $7.856 - 4.34$ |
| 3) $5.712 - 2.5645$ | 4) $0.357 - 2.743$ |
| 5) $4.65 - 3$ | 6) $10.1125 - 5.0124$ |
| 7) $6.358 - 3.6420$ | 8) $15.71 - 2.5453$ |
| 9) $25.64502 - 5.7005$ | 10) $152 - 6.52$ |

16. จงหาผลลัพธ์

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) 2.56×10 | 2) 3.16×0.20 |
| 3) 0.05×0.007 | 4) 2.4037×0.0001 |
| 5) 0.003×22.2222 | 6) 1.11×5000 |
| 7) 0.0004×0.0000025 | 8) 0.000001×0.0001 |
| 9) 0.050×0.0070 | 10) 3.16×2000 |

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หนังสือเรียน คณิตศาสตร์ พื้นฐาน ม.2 เทอม 2 (หลักสูตรฯ 2544) ผู้แต่ง : รศ.ดร.นพพร แหยม

แสง และคณะ

หนังสือคณิตคิดเป็น ม.1-2-3 ตอน จำนวนเต็ม ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

หนังสือคณิตคิดเป็น ตอน บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

หนังสือคณิตคิดเป็น ตอน บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

หน่วยที่ 2

อัตราส่วนและร้อยละ

ผลลัพธ์การเรียนรู้

1. สามารถหาอัตราส่วนและร้อยละได้

สาระ

2.1 อัตราส่วน

อัตราส่วน เป็นความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบสองปริมาณ ซึ่งมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันได้

อัตราส่วนของปริมาณ a ต่อปริมาณ b เขียนแทนด้วย $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$ เรียก “ a ว่า จำนวนแรก หรือ จำนวนที่หนึ่งของอัตราส่วน” และเรียก “ b ว่า จำนวนหลัง หรือ จำนวนที่สองของอัตราส่วน” อัตราส่วน a ต่อ b จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ a และ b เป็นจำนวนบวกเท่านั้น

ตัวอย่าง

- ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีผู้ประกอบอาชีพทำนา 45 คน ค้าขาย 17 คน เขียนเป็นอัตราส่วนได้คือ $45 : 17$
- ค่าลงทะเบียนเรียนของนักศึกษาวิทยาลัยชุมชนต่อ 1 ภาคเรียน เป็นเงิน 500 บาท เขียนเป็นอัตราส่วนได้คือ $1 : 500$
- นักศึกษาสามารถใช้คอมพิวเตอร์ได้ครั้งละ 2 ชั่วโมง เขียนเป็นอัตราส่วนได้คือ $1 : 2$

2.2 อัตราส่วนที่เท่ากัน

การทำอัตราส่วนให้เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ เป็นไปตามหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน ดังนี้

หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่าง จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $4 : 6$ มาอีก 3 อัตราส่วน โดยใช้หลักการคูณ

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 4 : 6 &= \frac{4}{6} = \frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12} \\ 4 : 6 &= \frac{4}{6} = \frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18} \\ 4 : 6 &= \frac{4}{6} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{16}{24} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับ $4 : 6$ คือ $8 : 12$, $12 : 18$ และ $16 : 24$

หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนได้ด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่าง จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $81 : 45$ มาอีก 2 อัตราส่วน โดยใช้หลักการหาร

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 81 : 45 &= \frac{81}{45} = \frac{81 \div 3}{45 \div 3} = \frac{27}{15} \\ 81 : 45 &= \frac{81}{45} = \frac{81 \div 9}{45 \div 9} = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับ $81 : 45$ คือ $27 : 15$, และ $9 : 5$

การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนโดยใช้การคูณไขว้

หลักการ

ถ้า a b c และ d เป็นจำนวนใดๆ แล้ว

1. ถ้า $a \times d = b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
2. ถ้า $a \times d \neq b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$

จากหลักการข้างต้น สรุปได้ต่อไปอีกว่า

$$\text{ถ้า } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ แล้ว } a \times d = b \times c$$

ตัวอย่าง จงตรวจสอบว่าอัตราส่วนในแต่ละข้อต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

- 1) $\frac{2}{6}$ และ $\frac{15}{45}$
- 2) $\frac{3}{7}$ และ $\frac{6}{10}$

วิธีทำ 1) จากการคูณไขว้ $\frac{2}{6} \times \frac{15}{45}$

$$\text{จะได้ } 2 \times 45 = 90$$

$$6 \times 15 = 90$$

$$\text{ดังนั้น } 2 \times 45 = 6 \times 15$$

$$\text{แสดงว่า } \frac{2}{6} = \frac{15}{45}$$

$$2) \text{ จากการคูณไขว้ } \frac{3}{7} \not\equiv \frac{6}{10}$$

$$\text{จะได้ } 3 \times 10 = 30$$

$$7 \times 6 = 42$$

$$\text{ดังนั้น } 3 \times 10 \neq 7 \times 6$$

$$\text{แสดงว่า } \frac{3}{7} \neq \frac{6}{10}$$

2.3 สัดส่วน

สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

$$\text{ตัวอย่าง } \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

ในกรณีที่มีตัวแปรหรือตัวที่ไม่ทราบค่าอยู่ในสัดส่วน สามารถหาค่าตัวแปรนั้นได้โดยใช้หลักการของการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่าของ } a \text{ ในสัดส่วน } \frac{3}{5} = \frac{a}{20}$$

$$\text{วิธีทำ เนื่องจาก } \frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

$$\text{จะได้ } \frac{12}{20} = \frac{a}{20}$$

$$\text{ดังนั้น } a = 12$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่าของ } y \text{ ในสัดส่วน } \frac{27}{18} = \frac{9}{y}$$

$$\text{วิธีทำ เนื่องจาก } \frac{27}{18} = \frac{27 \div 3}{18 \div 3} = \frac{9}{6}$$

$$\text{จะได้ } \frac{9}{6} = \frac{9}{y}$$

$$\text{ดังนั้น } y = 6$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่าของ } T \text{ ในสัดส่วน } \frac{T}{15} = \frac{2}{5}$$

วิธีทำ จากการคูณไขว้ $\frac{T}{15} \times \frac{2}{5}$

จะได้ $T \times 5 = 2 \times 15$

จะได้ $T = \frac{2 \times 15}{5}$

ดังนั้น $T = 6$

2.4 ร้อยละ

ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100

- ตัวอย่าง 1) ร้อยละ 60 หรือ 60% หมายถึง $60 : 100$ หรือ $\frac{60}{100}$
- 2) ร้อยละ 9 หรือ 9% หมายถึง $9 : 100$ หรือ $\frac{9}{100}$

การเขียนอัตราส่วนในรูปร้อยละ

การเขียนอัตราส่วนใดให้อยู่ในรูปร้อยละ จะต้องเขียนอัตราส่วนนั้นให้อยู่ในรูปที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเป็น 100

ตัวอย่าง จงเขียนอัตราส่วนต่อไปนี้ในรูปร้อยละ

- 1) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = 80\%$
- 2) $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = 25\%$
- 3) $0.25 = \frac{0.25}{1} = \frac{0.25 \times 100}{1 \times 100} = \frac{25}{100} = 25\%$
- 4) $1.5 = \frac{1.5}{1} = \frac{1.5 \times 100}{1 \times 100} = \frac{150}{100} = 150\%$

การเขียนร้อยละในรูปอัตราส่วน

การเขียนร้อยละให้เป็นอัตราส่วน ทำได้โดยเขียนเป็นอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังเป็น 100

ตัวอย่าง จงเขียนร้อยละต่อไปนี้ในรูปอัตราส่วน

$$33\% = \frac{33}{100}$$

$$6\% = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$$

$$0.1\% = \frac{0.1}{100} = \frac{1}{1000}$$

$$210\% = \frac{210}{100} = \frac{21}{10}$$

ตัวอย่าง 50% ของ 8 มีค่าเท่าไร

วิธีทำ จาก $50\% = \frac{50}{100}$

จะได้ $\frac{50}{100} = \frac{A}{8}$

จากการคูณไขว้ จะได้ $50 \times 8 = A \times 100$

$$\frac{50 \times 8}{100} = A$$

$$4 = A$$

ดังนั้น 50% ของ 8 มีค่าเท่ากับ 4

แบบฝึกหัด

หน่วยที่ 2

1. จงเขียนอัตราส่วนจากข้อความต่อไปนี้

- 1) สมุด 6 เล่ม ราคา 28 บาท
- 2) เสื้อตัวละ 199 บาท
- 3) ข้าวหอมมะลิ 5 กิโลกรัม ราคา 179 บาท
- 4) กุหลาบ 3 ดอก ราคา 10 บาท
- 5) รถยนต์แล่นได้ระยะทาง 36 กิโลเมตร ในเวลา 4 ชั่วโมง
- 6) 1 กิโลเมตร มี 1000 เมตร
- 7) หนึ่งสัปดาห์มี 7 วัน
- 8) น้ำตาลหนึ่งโหลราคา 130 บาท

2. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้มาข้อละ 4 อัตราส่วน

- | | |
|-------------------|------------------|
| 1) $\frac{2}{10}$ | 2) $\frac{4}{5}$ |
| 3) $\frac{5}{7}$ | 4) $\frac{4}{7}$ |
| 5) $\frac{2}{3}$ | 6) $\frac{6}{8}$ |
| 7) $\frac{4}{9}$ | 8) $\frac{1}{2}$ |

3. จงหาค่าของตัวแปรจากสัดส่วนต่อไปนี้

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{2}{3} = \frac{A}{6}$ | 2) $\frac{5}{10} = \frac{Y}{30}$ |
| 3) $\frac{2}{4} = \frac{R}{6}$ | 4) $\frac{T}{10} = \frac{3}{2}$ |
| 5) $\frac{B}{5} = \frac{3}{15}$ | 6) $\frac{3}{4} = \frac{6}{P}$ |
| 7) $4 : 7 = X : 28$ | 8) $N : 12 = 3 : 6$ |

4. จงเขียนอัตราส่วนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปร้อยละ

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1) $\frac{22}{25}$ | 2) $\frac{3}{4}$ |
| 3) $\frac{4}{5}$ | 4) $\frac{7}{50}$ |

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 5) $\frac{8}{20}$ | 6) $\frac{3}{2}$ |
| 7) $\frac{13}{10}$ | 8) $\frac{32}{40}$ |

5. จงเขียนร้อยละต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอัตราส่วน

- | | |
|--------|--------|
| 1) 25% | 2) 30% |
| 3) 20% | 4) 50% |
| 5) 75% | 6) 60% |
| 7) 80% | 8) 40% |

6. จงหาผลลัพธ์

- | | |
|----------------|---------------|
| 1) 50% ของ 8 | 2) 30% ของ 40 |
| 3) 20% ของ 15 | 4) 25% ของ 60 |
| 5) 75% ของ 4 | 6) 60% ของ 80 |
| 7) 80% ของ 500 | 8) 40% ของ 20 |

7. ร้านค้าแห่งหนึ่งประกาศลดราคาสินค้า 10% ถ้าสินค้าราคา 160 บาท ร้านค้าจะลดราคาให้กี่บาท

8. ร้านค้าแห่งหนึ่งประกาศลดราคาสินค้าร้อยละ 25 หากลูกค้าซื้อสินค้าตั้งแต่ 500 บาทขึ้นไป ถ้านาย ก ซื้อสินค้าในราคา 1000 บาท จะต้องจ่ายเงินจริงกี่บาท

9. ในถุงใบหนึ่งมี ส้ม 5 ผล มังคุด 12 ผล และน้อยหน่า 3 ผล มีส้มคิดเป็นร้อยละเท่าไรของผลไม้ในถุงนี้

10. ลุงขมมีบุตรชาย 2 คน บุตรสาว 3 คน ลุงขมมีบุตรสาวคิดเป็นร้อยละเท่าไร

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หนังสือเรียน เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : อัตราส่วนและร้อยละ ผู้แต่ง : พรรณี ศิลพัฒนานันท์

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

<http://www.trueplookpanya.com>

หน่วยที่ 3

เลขยกกำลัง

ผลลัพธ์การเรียนรู้

สามารถใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังได้

สาระ

ถ้า a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

3.1 การหาคำตอบของเลขยกกำลัง

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
2. $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
3. $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$
4. $(-5)^4 = -(5 \times 5 \times 5 \times 5) = -625$
5. $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
6. $(-2^3) = -(2 \times 2 \times 2) = -8$

3.2 การเขียนจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ในการเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่มีค่ามาก เช่น 41,900,000,000,000,000 หรือจำนวนที่มีค่าน้อย เช่น 0.00000000000000017 จะยืดยาวไม่สะดวก และยุ่งยากในการเขียนและการอ่าน เราอาจใช้เลขยกกำลังเขียนแทนจำนวนต่าง ๆ เหล่านี้ในรูปของ $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม ค่าของ A มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 9.9999...

จำนวนที่เขียนในรูปของ $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม เรียกว่า สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

การเขียนจำนวนที่มีค่ามากในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. $4,000,000 = 4 \times 1,000,000$
 $= 4 \times 10^6$
2. $3,740,000,000 = 374 \times 10,000,000$
 $= 3.74 \times 100 \times 10,000,000$
 $= 3.74 \times 1,000,000,000$
 $= 3.74 \times 10^9$

การเขียนจำนวนที่มีค่าน้อยในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. $0.0000004 = 4 \times 0.0000001$
 $= 4 \times 10^{-7}$
2. $0.000067 = 6.7 \times 0.00001$
 $= 6.7 \times 10^{-5}$
3. $0.0000678 = 6.78 \times 0.00001$
 $= 6.78 \times 10^{-5}$

ตัวอย่าง จงหาค่าของจำนวนในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ต่อไปนี้

1. $4.18 \times 10^8 = 4.18 \times 100,000,000$
 $= 418,000,000$
2. $6 \times 10^{-5} = 6 \times 0.00001$
 $= 0.00006$

แบบฝึกหัด หน่วยที่ 3

1. จงหาคำตอบของเลขยกกำลังต่อไปนี้

1) 3^3	2) 3^4
3) $-(4)^3$	4) $(-4)^3$
5) $(-3)^4$	6) $-(3^4)$

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1) 500000000	2) 72400000000000
3) 3146000000000000	4) 6500000000000000
5) 87193000000	6) 0.00000415
7) 0.0000005167	8) 0.00000000000067
9) 0.0000000000000999	10) 0.00000000000001755

3. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) 9.1×10^4	2) 6.18×10^7
3) 8.325×10^8	4) 5.25×10^{10}
5) 4.8×10^{15}	6) 5.2×10^{-5}
7) 6.67×10^{-4}	8) 8.432×10^{-7}
9) 2.3476×10^{-10}	10) 3.4×10^{-13}

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หนังสือคณิตสาระ ม.ต้น :เลขยกกำลัง สมการกำลังสอง พาราโบลา (ชุดความรู้เพื่อชุมชน เล่มที่ 144)

ผู้แต่ง : ธนกาญจน์ ภัทรากาญจน์

หนังสือเทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เลขยกกำลัง ผู้แต่ง : พรรณี ศิลปวัฒนานันท์

หนังสือคณิตสาระ ม.ต้น: เลขยกกำลัง สมการกำลังสอง พาราโบลา ผู้แต่ง : ธนกาญจน์ ภัทรากาญจน์

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

<http://www.chontech.ac.th/~relat/sara/html/numberup.html>

หน่วยที่ 4

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลลัพธ์การเรียนรู้

สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

สาระ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน / กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล

ยุทธวิธีแก้ปัญหา

1. การค้นหาแบบรูป
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ
4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
5. การคาดเดาและตรวจสอบ
6. การทำงานแบบย้อนกลับ
7. การเปลี่ยนมุมมอง
8. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
9. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
10. การให้เหตุผลทางอ้อม
11. การเขียนสมการ

ซึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาศักยภาพของนักศึกษา จะเน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหา แบบการเขียนสมการ

4.1 สมการ

สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย =

ตัวอย่าง

1. $30 + 12 = 40 + 2$ (เป็นสมการ)
2. $3a - 5 = 7$ (เป็นสมการ)
3. $4ก - 12 \neq 35$ (ไม่ใช่สมการ)
4. $a - 5 = z$ (เป็นสมการ)
5. $6c + 15$ (ไม่ใช่สมการ)

4.2 สมการที่เป็นจริง

สมการที่เป็นจริง หมายถึง สมการที่มีจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมาย = กับจำนวนที่อยู่ทางขวาเท่ากัน

ตัวอย่าง ข้อใดคือสมการที่เป็นจริง

1. $7 + 5 = 14 - 2$

2. $15 \div 3 = 10 + 2$

3. $6 \times 8 = 48$

4. $10 - 3 = 8$

ตอบ ข้อ 1 และ 3 คือสมการที่เป็นจริง

4.3 สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า

1. สมการที่มีตัวอักษรหรือสัญลักษณ์อื่นที่ใช้แทนจำนวนอยู่ด้วย เรียกว่า **สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า** หรือ **สมการที่มีตัวแปร**
2. ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์อื่นที่ใช้แทนจำนวนในสมการ เรียกว่า **ตัวไม่ทราบค่า** หรือ **ตัวแปร**

ตัวอย่าง สมการในข้อใดมีตัวไม่ทราบค่า

1. $30 + 12 = 40 + 2$

2. $3a - 5 = 7$

3. $a - 5 = z$

ตอบ ข้อ 2 และ 3 มีตัวไม่ทราบค่า

4.4 การแก้สมการ

การแก้สมการ คือ การหาค่าของตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่าในสมการเพื่อทำให้สมการเป็นจริง

การแก้สมการจะใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร ดังนี้

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

1. จำนวนที่เท่ากันสองจำนวน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวก ผลบวกย่อมเท่ากัน
ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)
2. จำนวนที่เท่ากันสองจำนวน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาลบ ผลลบย่อมเท่ากัน
ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการลบ)
3. จำนวนที่เท่ากันสองจำนวน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณ ผลคูณย่อมเท่ากัน
ถ้า $a = b$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a \times c = b \times c$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ)
4. จำนวนที่เท่ากันสองจำนวน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาหาร ผลหารย่อมเท่ากัน
ถ้า $a = b$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a \div c = b \div c$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการหาร)

ตัวอย่าง

1. จงแก้สมการ $y - 5 = 12$
วิธีทำ $y - 5 + 5 = 12 + 5$
 $y = 17$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)
2. จงแก้สมการ $b + 4 = 26$
วิธีทำ $b + 4 - 4 = 26 - 4$
 $b = 22$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการลบ)
3. จงแก้สมการ $\frac{x}{3} = 9$
วิธีทำ $\frac{x}{3} \times 3 = 9 \times 3$
 $x = 27$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ)
4. จงแก้สมการ $3y = 24$
วิธีทำ $\frac{3y}{3} = \frac{24}{3}$
 $y = 8$ (สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการหาร)

ตัวอย่าง การแก้สมการโดยการย้ายข้าง

1. จงแก้สมการ $z - 6 = 17$

$$\text{วิธีทำ} \quad z = 17 + 6$$

$$z = 23$$

2. จงแก้สมการ $E + 12 = 40$

$$\text{วิธีทำ} \quad E = 40 - 12$$

$$E = 28$$

3. จงแก้สมการ $\frac{X}{6} = 8$

$$\text{วิธีทำ} \quad X = 8 \times 6$$

$$X = 48$$

4. จงแก้สมการ $5T = 50$

$$\text{วิธีทำ} \quad T = \frac{50}{5}$$

$$T = 10$$

5. จงแก้สมการ $5Y + 4 = 39$

$$\text{วิธีทำ} \quad 5Y = 39 - 4$$

$$5Y = 35$$

$$Y = \frac{35}{5}$$

$$Y = 7$$

4.5 การเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการ

1. กานดาเมื่ออายุ P ปี อรุณญามีอายุมากกว่ากานดา 7 ปี ถ้าอรุณญามีอายุ 15 ปี แล้วกานดาเมื่ออายุเท่าไร

$$\text{สมการคือ} \quad P + 7 = 15$$

2. ฤดีมีเงิน W บาท พิภพรามีเงินเป็น 3 เท่าของฤดีมาศ ถ้าพิภพรามีเงิน 3,900 บาท แล้วฤดีมาศจะมีเงินกี่บาท

$$\text{สมการ} \quad 3 \times W = 3,900$$

3. พ่อมีเงิน D บาท แบ่งให้ลูก 3 คน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าลูกแต่ละคนได้รับเงินคนละ 800 บาท พ่อมีเงินกี่บาท

$$\text{สมการ} \quad D \div 3 = 800$$

4. นนทวิชสอบได้ ก คะแนน วิชดาสอบได้คะแนนน้อยกว่านนทวิชอยู่ 9 คะแนน ถ้าวิชดาสอบได้ 85 คะแนน นนทวิชสอบได้ที่คะแนน

$$\text{สมการ } ก - 9 = 85$$

แบบฝึกหัด

หน่วยที่ 4

1. ข้อใดเป็นสมการ

1) $15 + 7 = 25$

2) $14 + 5 \neq 15 - 2$

3) $10 \div 5 \geq 2$

4) $40 \div 4 = 16 - 6$

5) $20 \times 4 \neq 100$

6) $20 - 5 > 8$

7) $19 - 7 = 20 - 8$

8) $17 + 3 < 4 \times 4$

9) $27 > 30 \div 10$

10) $A \div 5 = 6$

2. ข้อใดเป็นสมการที่เป็นจริง

1) $50 - 34 = 20 + 3$

2) $30 \div 6 = 10 \div 2$

3) $14 + 6 = 20 \div 2$

4) $12 \times 4 = 40 + 8$

5) $15 + 7 = 25$

6) $40 \div 4 = 16 - 6$

7) $19 - 7 = 20 - 8$

8) $A \div 5 = 6$

3. จงแก้สมการ

1) $X + 20 = 35$

2) $Y - 5 = 13$

3) $8 \times A = 24$

4) $b \div 12 = 5$

5) $40 = 5 + ส$

6) $15 = ก - 21$

7) $32 = T \times 4$

8) $6 = s \div 5$

9) $2B - 4 = 10$

10) $\frac{X}{2} + 3 = 14$

11) $\frac{2d}{5} = 4$

12) $\frac{3X}{2} - 2 = 7$

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หนังสือคณิตศาสตร์แฟนตาซี ล.7 ตอนกองทัพแมลงสมการ ผู้แต่ง: Grimnamu

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

<http://www.nangnong.com/chonlada/kaejodpunha.htm>

<http://edltv.thai.net>

หน่วยที่ 5

สถิติเบื้องต้น

ผลลัพธ์การเรียนรู้

สามารถหาค่ากลางของข้อมูลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติเบื้องต้น

สาระ

5.1 ข้อมูลสถิติ

ข้อมูล (Data) คือ ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ที่สนใจศึกษา โดยอาจเป็นตัวเลข ข้อความ และสัญลักษณ์ต่างๆ แบ่งออกเป็น ๒ ประเภท ได้แก่

1. ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) เป็นข้อมูลที่สามารถวัดค่าได้ว่ามากหรือน้อยเพียงใด แสดงในลักษณะของตัวเลข และสามารถนำมา บวก ลบ คูณ หาร ได้ เช่น อายุ น้ำหนัก ส่วนสูง รายได้ เป็นต้น
2. ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) เป็นข้อมูลที่อยู่ในรูปของข้อความ ไม่สามารถระบุได้ว่ามากหรือน้อยเพียงใด จึงไม่สามารถแสดงออกมาในรูปของตัวเลขได้ เช่น ชื่อ - นามสกุล เพศ เชื้อชาติ ศาสนาที่นับถือ บ้านเลขที่ เบอร์โทรศัพท์ เป็นต้น

5.2 วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ต้องกระทำอย่างมีหลักเกณฑ์ และเหมาะสม เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่ดี น่าเชื่อถือ ทั้งนี้ต้องอาศัยการวางแผนล่วงหน้าอย่างรอบคอบ โดยทั่วไป อาจแบ่งวิธีเก็บรวบรวมข้อมูลออกได้เป็น 4 วิธี ตามลักษณะของวิธีการที่ปฏิบัติ ดังนี้

1. วิธีเก็บรวบรวมข้อมูลจากทะเบียนประวัติ
2. วิธีเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสำรวจ
3. วิธีเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง
4. วิธีเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต

5.3 การวัดค่ากลางของข้อมูล

การวัดค่ากลางของข้อมูล เป็นวิธีการประมาณลักษณะทั่วไปของข้อมูลเมื่อต้องการทราบว่าค่าของข้อมูลส่วนใหญ่ มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าใด ซึ่งอาจแสดงได้ด้วยตัวเลขจำนวนเดียวค่าหนึ่งที่ใช้เป็นตัวแทนของกลุ่มข้อมูลเหล่านั้น มีวิธีการหาได้หลายวิธีต่าง ๆ กัน ดังนี้

5.3.1 ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยม คือ ค่าที่เกิดขึ้นบ่อย หรือซ้ำกันมากที่สุด หรือค่าที่มีความถี่มากที่สุด เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย M_o

ตัวอย่าง จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้ 3 , 3 , 6 , 4 , 5 , 3 , 5

3 มีความถี่เท่ากับ 2

4 มีความถี่เท่ากับ 1

5 มีความถี่เท่ากับ 3

6 มีความถี่เท่ากับ 1

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 3

ตัวอย่าง จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้ 7 , 4 , 6 , 8 , 8 , 3 , 2 , 9

วิธีทำ 2 มีความถี่เท่ากับ 1

3 มีความถี่เท่ากับ 1

4 มีความถี่เท่ากับ 1

6 มีความถี่เท่ากับ 1

7 มีความถี่เท่ากับ 1

8 มีความถี่เท่ากับ 2

9 มีความถี่เท่ากับ 1

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 8

ตัวอย่าง จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้ 10, 14, 12, 10, 11, 13, 12, 14, 12, 10

วิธีทำ 10 มีความถี่เท่ากับ 3

11 มีความถี่เท่ากับ 1

12 มีความถี่เท่ากับ 3

13 มีความถี่เท่ากับ 1

14 มีความถี่เท่ากับ 2

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 10 และ 12

ตัวอย่าง ฐานนิยมของความนิยมเลือกซื้อสีของรถยนต์

จากการสำรวจความนิยมเลือกซื้อสีรถยนต์จากศูนย์ตัวแทนจำหน่ายรถยนต์ในกรุงเทพมหานคร 7 ยี่ห้อ โดยให้ตัวแทนจำหน่ายรถยนต์และยี่ห้อบอกสีที่มียอดขายมากที่สุดเพียงรายการเดียว โดยข้อมูลดังตาราง

ตาราง ความนิยมเลือกซื้อสิรถยนต์ 7 ยี่ห้อ

ยี่ห้อรถยนต์	ฮอนด้า	ฟอร์ด	มาสด้า	โตโยต้า	นิสสัน	อีซูซุ	เชvrolet
สี	ขาว	สีส้ม	เขียว	ขาว	บอร์นเงิน	ขาว	ดำ

จากตารางมีผู้ตอบมากที่สุด คือ สีขาวเป็นสีที่มียอดขายมากที่สุด จึงเป็นสีที่มีคนนิยมมากที่สุด
ดังนั้นค่าฐานนิยมคือ สีขาว

5.3.2 มัธยฐาน (Median)

มัธยฐาน คือ คะแนนหรือข้อมูลที่อยู่ตรงกลาง เมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือมากไปน้อยแล้ว ค่ามัธยฐานจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน คือ จะมีจำนวนข้อมูลที่มากกว่าค่ามัธยฐานเท่ากับจำนวนข้อมูลที่น้อยกว่ามัธยฐาน เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย Med

- ถ้าจำนวนข้อมูลเป็นเลขคี่ มัธยฐาน คือ ค่าที่อยู่ตรงกลาง
- ถ้าจำนวนข้อมูลเป็นเลขคู่ มัธยฐาน คือ ค่าที่ตรงกลาง 2 ค่า รวมกันแล้วหารด้วย 2

ตัวอย่าง จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

1) 2 8 3 9 6 2 4

เรียงคะแนนจากน้อยไปหามาก 2 2 3 4 6 8 9

มัธยฐาน คือ 4

2) 9 4 6 5 4 8 3 9

เรียงคะแนนจากน้อยไปหามาก 3 4 4 5 6 8 9 9

มัธยฐาน คือ $= (N + 1) / 2 = (5 + 6) / 2 = 11 / 2 = 5.5$

ตัวอย่าง จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

14 13 18 16 15 19 20

เรียงคะแนนจากน้อยไปหามาก 13 14 15 16 18 19 20

หาตำแหน่งมัธยฐาน $= (N + 1) / 2 = (7 + 1) / 2 = 4$

ตำแหน่งที่ 4 ตรงกับคะแนน 16 ดังนั้นค่ามัธยฐาน เท่ากับคะแนน 16

5.3.3 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ค่าเฉลี่ย คือ ค่าที่ได้จากการนำข้อมูลทั้งหมดมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด
ค่าเฉลี่ย เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{x} คือ ค่าเฉลี่ย
 $\sum X$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด
 n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่าง ข้อมูลไม่มีการแจกแจงความถี่

1) จงหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลต่อไปนี้ 9 4 5 4 8

$$\bar{X} = \frac{9+4+5+4+8}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

2) จงหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลต่อไปนี้ 2 8 9 6 2

$$\bar{X} = \frac{2+8+9+6+2}{5} = \frac{27}{5} = 5.4$$

ตัวอย่าง ข้อมูลต่อไปนี้แสดงรายได้ (บาท) ต่อเดือนของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่ง จำนวน 8 คน

14,500 10,700 12,900 16,000 14,100 13,800 12,500 13,500

จงหารายได้เฉลี่ยของพนักงานบริษัทกลุ่มนี้

$$\begin{aligned} \text{รายได้เฉลี่ยของพนักงาน} &= \frac{14,500 + 10,700 + 12,900 + \dots + 13,500}{8} \\ &= 13,500 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก (Weighted mean) เป็นค่าเฉลี่ยที่ได้จากการให้ความสำคัญกับแต่ละหน่วยในชุดข้อมูลแตกต่างกัน เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย \bar{x}_w

$$\bar{x}_w = \frac{\sum(wx)}{\sum x}$$

เมื่อ \bar{x}_w คือ ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก

$\sum(wx)$ คือ ผลรวมของผลการสังเกตคูณด้วยน้ำหนักที่ถ่วงตามลำดับ

$\sum w$ คือ ผลรวมของน้ำหนัก

ตัวอย่าง การคำนวณเกรดเฉลี่ย (GPA)

$$\text{เกรดเฉลี่ย} = \frac{\text{ผลคูณระหว่างเกรดกับจำนวนหน่วยกิต}}{\text{จำนวนหน่วยกิตทั้งหมด}}$$

วิชา	เกรด	จำนวนหน่วยกิต	เกรด x หน่วยกิต
คณิตศาสตร์	4	3	12
ภาษาไทย	3	3	9
ภาษาอังกฤษ	4	2	8

สังคมศึกษา	2	3	6
วิทยาศาสตร์	0	2	0
รวม		13	35

$$\text{เกรดเฉลี่ย (GPA)} = \frac{35}{13} = 2.69$$

แบบฝึกหัด

หน่วยที่ 5

1. จงหาค่าฐานนิยม มัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

1.1) 12 15 13 10 15 12 18 13 13 17

1.2) 2 2 3 9 9 9 8 16 2 13 2 4 2

1.3) 50 56 25 42 69 74 63 48

1.4) 7 8 9 10 11 12 13 7 14 15 8 16 17 8 18 19 20

1.5) 15 18 10 14 5 12 18 8 10

2. จากผลการเรียนต่อไปนี้

วิชา	หน่วยกิต	ระดับผลการเรียน			
		อรวรรา	อรอุษา	อรอนงค์	อรชร
ภาษาไทย	2	B	C+	A	A
ภาษาอังกฤษ	3	A	A	C+	B
คณิตศาสตร์	3	C	A	B	B+
วิทยาศาสตร์	2	B+	B	A	C

2.1) จงหาระดับผลการเรียนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 4 คน

2.2) ใครเรียนเก่งที่สุด

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หนังสือคณิตศาสตร์แฟนตาซี ล.7 ตอนกองทัพแมลงสมการ ผู้แต่ง: Grimnamu

หลักสถิติ. ผู้แต่ง: กัลดร.กัลยา วานิชปัญษา

เอกสารการสอนชุดวิชา สถิติธุรกิจและการวิเคราะห์เชิงปริมาณ หน่วยที่ 1 – 8 ผู้แต่ง :
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชาวิทยาการจัดการ
สถิติธุรกิจ ผู้แต่ง: รศ.ดร. สรชัย พิศาลบุตร
เอกสารการสอนชุด วิชา 30205 คณิตศาสตร์และสถิติ ผู้แต่ง: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
สาขาวิชาวิทยาการจัดการ

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

หน่วยที่ 6

การนำเสนอข้อมูลและการแปลผลข้อมูล

ผลลัพธ์การเรียนรู้

สามารถนำเสนอข้อมูลและแปลผลข้อมูลได้

สาระ

6.1 การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนอข้อมูล ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ ที่ยังไม่มีการจัดกระทำใดๆ เรียกว่า “ข้อมูลดิบ” ซึ่งจะต้องนำมาจัดระเบียบให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายต่อความเข้าใจ สะดวก รวดเร็ว สามารถมองเห็นภาพรวมได้ในระดับหนึ่ง โดยมีวิธีการหลายรูปแบบ ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการนำเสนอข้อมูลในรูปของตารางแจกแจงความถี่ และแผนภูมิ

6.1.1 ตาราง

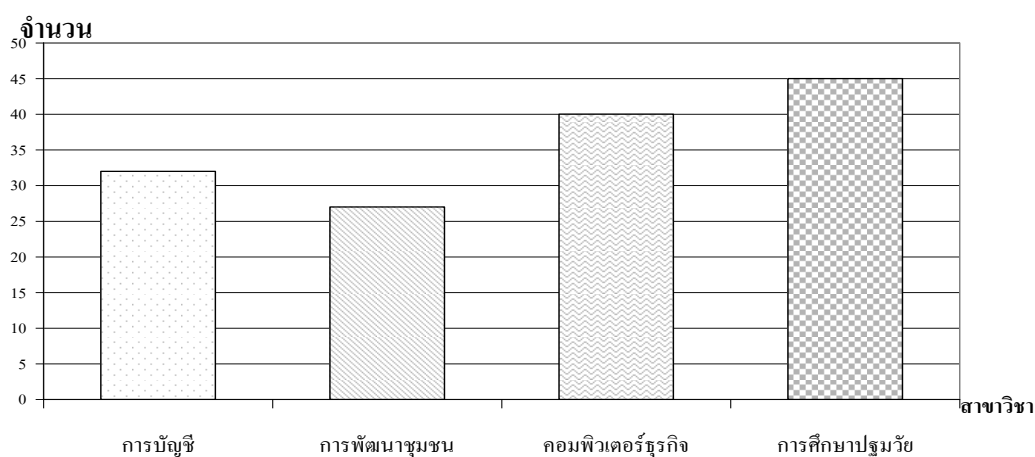
เป็นวิธีการนำเสนอข้อมูลที่ได้รับความนิยมมากเพราะนำเสนอข้อมูลได้กระชับและได้ใจความครอบคลุมผู้อ่านสามารถเปรียบเทียบตัวเลขจากตารางชัดเจนและยังสามารถนำข้อมูลไปสร้างรูปแบบการนำเสนอข้อมูลอื่นๆ อีกได้

ตาราง จำนวนนักศึกษาวิทยาลัยชุมชน ปีการศึกษา 2551 จำแนกตามสาขาวิชา

สาขาวิชา	จำนวน	ร้อยละ
การบัญชี	32	22.22
การพัฒนาชุมชน	27	18.75
คอมพิวเตอร์ธุรกิจ	40	27.78
การศึกษาปฐมวัย	45	31.25
รวม	144	100

6.1.2 แผนภูมิแท่ง

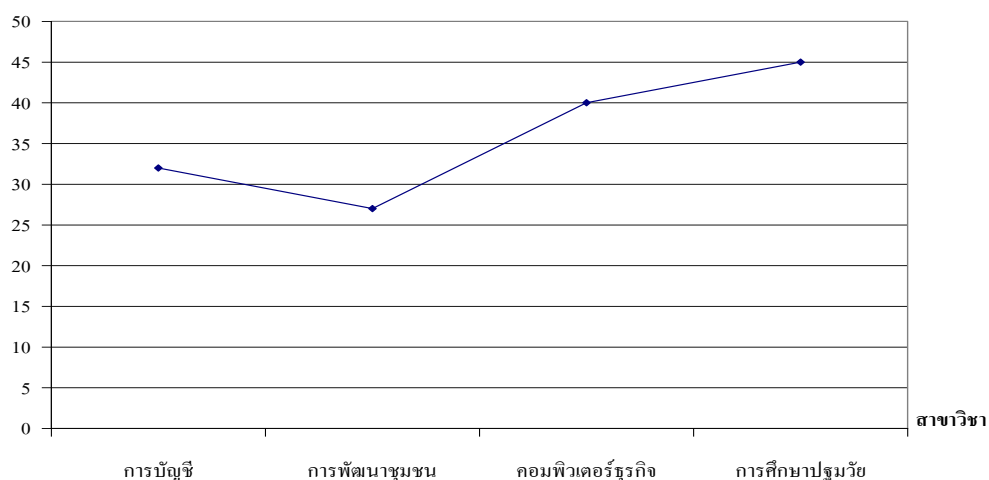
แผนภูมิชนิดนี้แสดงด้วยรูปแท่งสี่เหลี่ยม ซึ่งอาจเขียนอยู่ในแนวนอน หรือแนวตั้งก็ได้ ความสูงหรือความยาวของแท่งจะแทนจำนวนความถี่หรือร้อยละของจำนวนตัวเลขที่ต้องการจะนำเสนอ ความกว้างจะต้องเท่ากันทุกแท่ง ระยะระหว่างแท่งควรจะเท่ากัน หรืออาจจะเขียนติดกันก็ได้ ในกรณีที่มีข้อมูลหลายประเภทในแผนภูมิเดียวกันควรจะระบายสีแท่ง หรือใช้สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายอย่างใดอย่างหนึ่ง ให้แทนข้อมูลที่ต่างพวกกัน ดูต่างกัน และควรจะเขียนกำกับไว้ด้วยว่าสัญลักษณ์แต่ละอย่างนั้นหมายถึงอะไร



รูปที่ 1 แผนภูมิแสดงจำนวนนักศึกษาจำแนกตามสาขาวิชา

6.1.3 กราฟเส้นหรือกราฟหลายเหลี่ยมแห่งความถี่

การเขียนกราฟหลายเหลี่ยมแห่งความถี่นั้นทำได้โดยดัดแปลงจากแผนภูมิแท่ง โดยการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุดกลางของด้านบนในแผนภูมิแท่งแต่ละแท่ง ในกรณีที่ต้องการแสดงข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดในแผนภูมิเดียวกัน ควรเขียนเส้นให้มีลักษณะต่างกัน และเขียนกำกับไว้ด้วยว่าเส้นชนิดใดแทนอะไร



รูปที่ 2 กราฟแสดงจำนวนนักศึกษาจำแนกตามสาขาวิชา

6.1.4 แผนภูมิรูปภาพ

ใช้ภาพหรือสัญลักษณ์แทนสิ่งที่ต้องการเสนอ จากตัวอย่าง เป็นแผนภูมิรูปภาพที่แสดงให้เห็นถึงการแจกแจงของจำนวนนักศึกษาในแต่ละสาขา

สาขาวิชา	♀ แทน 10 คน
การบัญชี	♀ ♀
การพัฒนาชุมชน	♀ ♀ ♀
คอมพิวเตอร์ธุรกิจ	♀ ♀ ♀ ♀ ♀
การศึกษาปฐมวัย	♀ ♀ ♀ ♀ ♀ ♀

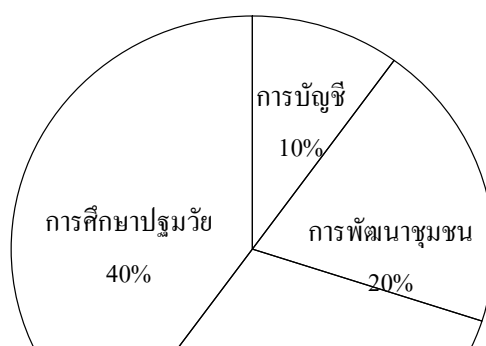
รูปที่ 3 แผนภูมิแสดงจำนวนนักศึกษาจำแนกตามสาขาวิชา

6.1.5 แผนภูมิวงกลมหรือแผนภูมิวง

แผนภูมินิพนธ์นี้เหมาะสำหรับการเสนอตัวเลขเป็นร้อยละ โดยการแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม 360 องศา ออกเป็น 100 ส่วน ดังตัวอย่าง

ตาราง จำนวนนักศึกษาวิทยาลัยชุมชน ปีการศึกษา 2551 จำแนกตามสาขาวิชา

สาขาวิชา	จำนวน	ร้อยละ
การบัญชี	15	10.00
การพัฒนาชุมชน	30	20.00
คอมพิวเตอร์ธุรกิจ	45	30.00
การศึกษาปฐมวัย	60	40.00
รวม	150	100



รูปที่ 4 แผนภูมิแสดงจำนวนนักศึกษาวิทยาลัยชุมชน ปีการศึกษา 2551

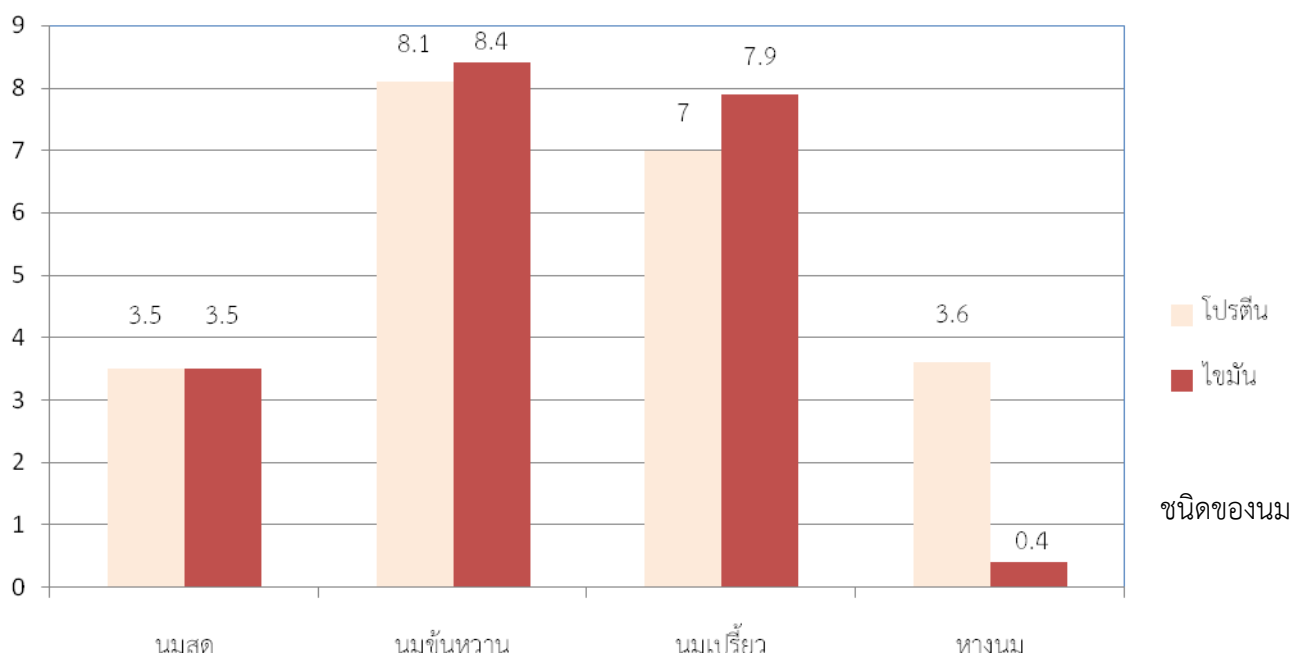
หน่วยท 6

1. จงนำเสนอข้อมูลต่อไปนี้ในรูปแบบตาราง, แผนภูมิแท่ง, กราฟเส้น, แผนภูมิรูปภาพ และแผนภูมิวงกลม

ผลไม้	จำนวน (ตัน)
มังคุด	15
เงาะ	25
ทุเรียน	10
รวม	50

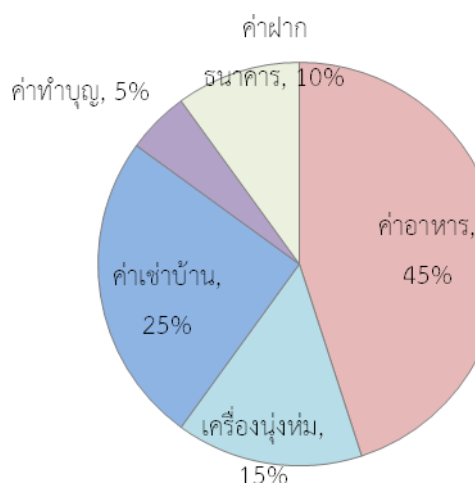
ปริมาณ (กรัม)

2. แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบส่วนประกอบของนมชนิดต่าง ๆ



1. นมชนิดใดมีโปรตีนมากที่สุด
2. จากแผนภูมิแท่งตอบคำถามต่อไปนี้
 - 1.นมชนิดใดมีโปรตีนเท่ากับไขมัน
 2. นมชนิดใดมีไขมันน้อยที่สุด
 3. นมชั้นหวานมีโปรตีนมากกว่านมเปรี้ยวเท่าใด
 4. นมชนิดใดมีไขมันมากที่สุด

แผนภูมิรูปวงกลมแสดงค่าใช้จ่ายของพุดซ้อน ในเวลา 1 เดือน พุดซ้อนมีรายได้ 18,500 บาท



3. จากแผนภูมิแท่งตอบคำถามต่อไปนี้
 1. พุดซ้อนจ่ายค่าเช่าบ้านจำนวนกี่บาท
 2. แต่ละเดือนพุดซ้อนจ่ายค่าอาหารกี่บาท
 3. พุดซ้อนจ่ายค่าเครื่องนุ่งห่มมากกว่าฝากธนาคารกี่บาท

หนังสืออ่านเพิ่มเติม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หนังสือคณิตศาสตร์แฟนตาซี ล.7 ตอนกองทัพแมลงสมการ ผู้แต่ง: Grimnamu

หลักสถิติ. ผู้แต่ง: กัลดร.กัลยา วานิชบัญญัติ

เอกสารการสอนชุดวิชา สถิติธุรกิจและการวิเคราะห์เชิงปริมาณ หน่วยที่ 1 – 8 ผู้แต่ง :

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชาวิทยาการจัดการ

สถิติธุรกิจ ผู้แต่ง: รศ.ดร. สรชัย พิศาลบุตร

เอกสารการสอนชุด วิชา 30205 คณิตศาสตร์และสถิติ ผู้แต่ง: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

สาขาวิชาวิทยาการจัดการ

หนังสือ หนังสือยอดคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติและความน่าจะเป็น ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ผู้แต่ง:
ฝ่ายวิชาการ ปีปีซี

แหล่งค้นคว้าเพิ่มเติม

<http://www.ipst.ac.th/smath/>

แหล่งเรียนรู้

ห้องสมุดวิทยาลัยชุมชน

เว็บไซต์เพื่อการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

www.kanid.com

www.ipst.ac.th/smath/

www.ipst.ac.th/smath/

www.nangnong.com/chonlada/kaejodpunha.htm

www.chontech.ac.th/~relat/sara/html/numberup.html

<http://edltv.thai.net>

<http://www.trueplookpanya.com>

ข้อเสนอแนะ

เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ให้ได้ผลเป็นที่พอใจ ผู้สอนต้องส่งเสริมและสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนมีความสนใจและต้องการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง ขยันหมั่นฝึกฝนทำโจทย์ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย ไม่ท้อแท้หมดกำลังใจกับการแก้โจทย์ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ที่มีความยาก กรณีมีเฉลยควรแนะนำผู้เรียนไม่ให้ดูเฉลยก่อนได้ทดลองทำด้วยตนเองอย่างเต็มกำลังความสามารถ

บรรณานุกรม

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หนังสือเรียน คณิตศาสตร์ พื้นฐาน ม.2 เทอม 2 (หลักสูตรฯ 2544) ผู้แต่ง : รศ.ดร.นพพร แหยม

แสง และคณะ

หนังสือคณิตคิดเป็น ม.1-2-3 ตอน จำนวนเต็ม ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

หนังสือคณิตคิดเป็น ตอน บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

หนังสือคณิตคิดเป็น ตอน บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ผู้แต่ง : สุวรร กาญจนมยุร

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หนังสือคณิตศาสตร์แฟนตาซี ล.7 ตอนกองทัพแมลงสมการ ผู้แต่ง: Grimnamu

หลักสถิติ. ผู้แต่ง: ดร.กัลยา วานิชบัญญัติ

เอกสารการสอนชุดวิชา สถิติธุรกิจและการวิเคราะห์เชิงปริมาณ หน่วยที่ 1 – 8 ผู้แต่ง :
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชาวิทยาการจัดการ

สถิติธุรกิจ ผู้แต่ง: รศ.ดร. สรชัย พิศาลบุตร

เอกสารการสอนชุด วิชา 30205 คณิตศาสตร์และสถิติ ผู้แต่ง: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
สาขาวิชาวิทยาการจัดการ

หนังสือ หนังสือยอดคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติและความน่าจะเป็น ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ผู้แต่ง:
ฝ่ายวิชาการ ปีปี่ซี่

หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หนังสือเรียน เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : อัตราส่วนและร้อยละ ผู้แต่ง : พรรณี ศิลพัฒนานันท์